Рабочая тетрадь № 3

|  |
| --- |
| Для представления чисел в ЭВМ обычно используют битовые наборы – последовательности нулей и единиц фиксированной длины. Позиция в битовом наборе называется *разрядом*. |

|  |  |
| --- | --- |
| **1. Теоретический материал** | |
| Для представления целых чисел без знака удобен битовый набор, соответствующий записи в двоичной системе счисления. Для целых числе без знака как правило выделяют*k* = 8, 16, 32 или 64 разряда.  Для получения компьютернойзаписи целого числа без знака требуетсяего перевод в двоичную систему счисления, далеенеобходимо дополнить результат нулями слева до стандартной разрядности*k*. | |
| **2. Пример** | |
| ***Задача:*** | |
|  | Найти представление беззнаковогоцелого числа 2610 в восьмиразрядном битовом наборе |
| ***Решение:*** | |
|  | Переведем число 26 в двоичную систему счисления.   |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | 26 | 2 |  |  |  |  | | -26 | 13 | 2 |  |  |  | | 0 | -12 | 6 | 2 |  |  | |  | 1 | -6 | 3 | 2 |  | |  |  | 0 | -2 | 1 |  | |  |  |  | 1 |  |  |   Результат перевода: 2610 = 110102  Дополним полученный результат слева нулями до восьми шестнадцати  2610 = **000** 110102 |
| ***Ответ:*** | |
|  | **00011010** |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **3. Задания** | | |
| 1. | ***Задача:*** | |
|  | Найти представление беззнакового числа 13210 в шестнадцатиразрядном битовом наборе |
| ***Решение:*** | |
|  | Перевод числа 132 из десятичной системы в двоичную:  132 (десятичное) = 10000100 (двоичное)  Добавление нулей в начало, чтобы получить шестнадцатиразрядное представление:  00000000010000100 |
| ***Ответ:*** | |
|  | 00000000010000100 |
| 2. | ***Задача:*** | |
|  | Найти минимальное и максимальное значения чисел для 16-ти разрядного беззнакового представления |
| ***Решение:*** | |
|  | Минимальное значение: 0  Максимальное значение: 65535 |
| ***Ответ:*** | |
|  | Минимальное значение: 0  Максимальное значение: 65535 |

|  |
| --- |
| **1. Теоретический материал** |
| Для целых чисел со знаком задействуют три варианта компьютерного представления:   * представление в прямом коде; * представление в обратном коде; * представление в дополнительном коде.   Во всех этих способахстарший (левый) разряд равен нулю, если число положительное и единице, если число отрицательное. Остальные разряды числа (цифровая часть или мантисса) задействованы для представления модуля числа.  Положительные числа в дополнительном, обратном и прямом кодеидентичны – мантиссавключает двоичное представление числа, а в старшем разряде располагается ноль.  Для отображения отрицательного значения в прямом коде, в разряд знакаставиться единица, а в разряды мантиссы – двоичный код его модуля.  Обратный код отрицательного числа получается инверсией всех цифр двоичного представления абсолютной величины, включая знаковый разряд: нули инвертируются в единицы, а единицы в нули.  Дополнительный код чисел с отрицательным знаком рассчитывается путем прибавления единицы к его младшему разряду обратного кода числа. |

|  |  |
| --- | --- |
| **2. Пример** | |
| ***Задача:*** | |
|  | Перевести число 45 в прямой, обратный и дополнительный код (*k* = 8) |
| ***Решение:*** | |
|  | Сначала переведем десятичное число **45** в двоичную систему счисления.   |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | 45 | 2 |  |  |  |  |  | | -44 | 22 | 2 |  |  |  |  | | **1** | -22 | 11 | 2 |  |  |  | |  | **0** | -10 | 5 | 2 |  |  | |  |  | **1** | -4 | 2 | 2 |  | |  |  |  | **1** | -2 | **1** |  | |  |  |  |  | **0** |  |  |   Получилось:**45**10 = **101101**2.  Запишем **прямой код числа**. Первый слева разряд 0 (знак «плюс»). Оставшиеся 7 разрядов занимает число в двоичном представлении. Если в числе меньше 7 разрядов, оставшиеся дополняются нулями слева. Таким образом, для числа **45** получаем прямой код в виде **0,0101101** (первый слева 0 соответствует знаку, затем следует 0, дополняющий число до 7 разрядов, затем следует само двоичное число). Положительные числа в прямом, обратном и дополнительном кодах изображаются одинаково. |
| ***Ответ:*** | |
|  | **0,0101101** |
| ***Задача:*** | |
|  | Найти прямой, обратный и дополнительный коды в однобайтовом представлении для числа **-5610**. |
| ***Решение:*** | |
|  | Выполним перевод положительного числа **56** в двоичную систему счисления, получим: **5610 = 1110002**.  Запишем **прямой код числа**. Всего в однобайтовом представлении 8 двоичных разрядов. Первый слева разряд – знаковый: 1 – для отрицательного числа. Оставшиеся 7 разрядов занимает число в двоичном представлении. Если в числе меньше 7 разрядов, оставшиеся дополняются нулями слева. Таким образом, для числа **-56** получаем прямой код в виде **1,0111000**.  **Обратный код** отрицательного числа получается из прямого инверсией всех разрядов, за исключением знакового. Получаем: **1,1000111.**  **Дополнительный код** отрицательного числа получается из обратного кода прибавлением к двоичному числу единицы (знаковый разряд в операции не участвует):  **1000111**  **+ 1**  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_  **1001000**  Получаем: 1,1001000 |
| ***Ответ:*** | |
|  | Прямой код **1,0111000**  Обратный код **1,1000111**  Дополнительный код **1,1001000** |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **3. Задания** | | |
| 1. | ***Задача:*** | |
|  | Перевести число **12** в прямой, обратный и дополнительный код (*k* = 8) |
| ***Решение:*** | |
|  | Прямой код:  12 в двоичной системе: 1100  Так как мы используем 8 бит, дополним слева нулями:  Прямой код (8 бит): 00001100  Обратный код:  Для положительных чисел обратный код такой же, как и прямой код, поэтому:  Обратный код (8 бит): 00001100  Дополнительный код:  Дополнительный код положительного числа также совпадает с прямым кодом, поэтому:  Дополнительный код (8 бит): 00001100 |
| ***Ответ:*** | |
|  | Прямой код: 00001100  Обратный код: 00001100  Дополнительный код: 00001100 |
| 2. | ***Задача:*** | |
|  | Найти прямой, обратный и дополнительный коды в однобайтовом представлении для числа **-3510**. |
| ***Решение:*** | |
|  | Прямой код:  Для отрицательных чисел прямой код представляется как следующий шаг после обратного кода. Для числа -35 в двоичной системе это будет:  -35 (десятичное) = 00100011 (двоичное)  Обратный код:  Обратный код получается инвертированием всех битов прямого кода:  00100011 (прямой код) -> 11011100 (обратный код)  Дополнительный код:  Дополнительный код получается путем прибавления 1 к обратному коду:  11011100 (обратный код) + 1 = 11011101 (дополнительный код) |
| ***Ответ:*** | |
|  | Прямой код: 00100011  Обратный код: 11011100  Дополнительный код: 11011101 |
| 3. | ***Задача:*** | |
|  | Задан дополнительный код числа в однобайтовом представлении: **1,1011100**. Найти число в десятичной системе счисления. |
| ***Решение:*** | |
|  |  |
| ***Ответ:*** | |
|  | -92 |

|  |
| --- |
| **1. Теоретический материал** |
| Сложение и вычитание чисел без знака осуществляется по стандартным алгоритмам для позиционных систем счисления.  При сложении в обратном коде складываются все разряды (включая знаковый) по обычному алгоритму. Результат сложения для *k*-разрядных чиселв общем виде имеет длину *k*+1 (старший разряд единица, если при сложении старших разрядов операндов был перенос, иначе – ноль). Значение левого *k*+1-го разряда прибавляется к младшему разряду результата. В итоге получим *k*-разрядный битовый набор – сумму чисел в обратном коде. Разность чисел в обратном коде *x* – *y* можно свести к операции сложения *x+* (*–y*).  В дополнительном коде для сложения сначала по обычному алгоритму складываются все разряды (включая знаковый), азатем единицу переноса в *k*+1-й разряд необходимо отбросить. |

|  |  |
| --- | --- |
| **2. Пример** | |
| ***Задача:*** | |
|  | Сложить два числа: А10 = 7, В10 = 16. |
| ***Решение:*** | |
|  | Переведем числа в двоичную систему счисления  А2 = +111 = +0111; В2 = +10000.  Исходные числа имеют различную разрядность, необходимо провести выравнивание разрядной сетки:  [A2]п = [A2]ок = [A2]дк = 0|00111; [В2]п = [В2]ок = [В2]дк = 0|10000.  Сложение в обратном или дополнительном коде дает один и тот же результат:   |  |  |  | | --- | --- | --- | | + | 0| | 00111 | | 0| | 10000 | | С2 = | 0| | 10111 | | С10 = | 23 | | |
| ***Ответ:*** | |
|  | 23 |
| ***Задача:*** | |
|  | Сложить два числа: А10 = +16, В10 = -7 в ОК (обратный код) и ДК (дополнительный код). |
| ***Решение:*** | |
|  | Требуется преобразование А+(-В), в котором второй член записывается с учетом его знака:  [A2]п = [A2]ок = [A2]дк = 0|10000;  [В2]п = 1|111 = 1|00111; [В2]ок = 1|11000; [В2]дк = 1|11001    При складывании чисел в обратном и дополнительном кодах получены переносы в знаковый разряд и из знакового разряда. В случае первом случае (обратный код)при переносе из знакового разряда необходимо дополнительно прибавить единицу младшего разряда. Во втором случае (дополнительный код) данный перенос игнорируется. |
| ***Ответ:*** | |
|  | **9** |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **3. Задания** | | |
| ***Задача:*** | |
|  | Дано два десятичных двузначных целых числа: А = 78, В = 56. Вычислить (А-В)ок, (В-А)дк. |
| ***Решение:*** | |
|  | Выразим числа А и В в двоичной системе счисления:  A = 78 (десятичное) = 01001110 (двоичное)  B = 56 (десятичное) = 00111000 (двоичное)  В обратном коде (ок) числа А и В будут выглядеть так же, как и их прямой код, так как оба числа положительные:  (A - B)ок = 01001110 (A в обратном коде) - 00111000 (B в обратном коде) = 01001110 - 00111000 = 00010110  В дополнительном коде (дк) числа В будет равно дополнению к двоичному представлению В, так как В - А дает отрицательное значение:  (В - А)дк = Дополнение к (00111000) = 11001000 |
| ***Ответ:*** | |
|  | A - B) в обратном коде: 00010110  (B - A) в дополнительном коде: 11001000 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Тест 3** | | |
| **1.** | ***Задание:*** | |
|  | Для представления целого числа может применяться |
| ***Ответ:b*** | |
|  | A) нормализованный или ненормализованный код  B) прямой, обратный или дополнительный код  C) естественный или экспоненциальный код  D) логарифмический и показательный код |
| **2.** | ***Задание:*** | |
|  | Положительное число |
| ***Ответ:c*** | |
|  | A) выглядит одинаково только в прямом и обратном кодах  B) выглядит одинаково только в обратном и дополнительном кодах  C) выглядит одинаково в прямом, обратном и дополнительном кодах  D) выглядит различно в прямом, обратном и дополнительном кодах |
| **3.** | ***Задание:*** | |
|  | Если взять отрицательное число и инвертировать разряды кроме знакового, то получится |
| ***Ответ: с*** | |
|  | A) обратный код  B) прямой код  C) дополнительный код  D) двоичный код |
| **4.** | ***Задание:*** | |
|  | Дополнительный код числа получается |
| ***Ответ: d*** | |
|  | A) из обратного кода прибавлением единицы к младшему разряду без переноса в знаковый разряд  B) из обратного кода прибавлением единицы к младшему разряду с переносом в знаковый разряд  C) из прямого кода прибавлением единицы к младшему разряду без переноса в знаковый разряд  D) из прямого кода прибавлением единицы к младшему разряду с переносом в знаковый разряд |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **5.** | ***Задание:*** | |
|  | Если к двоичному числу без знака добавить знаковый разряд то получится |
| ***Ответ: b*** | |
|  | A) обратный код  B) прямой код  C) дополнительный код  D) двоичный код |
| **6.** | ***Задание:*** | |
|  | Число Х = 1410 в восьми разрядном двоичном дополнительном коде равняется |
| ***Ответ:a*** | |
|  | A) 00001110 B) 0110010  C) 1110001 D) нет верного ответа |
| **7.** | ***Задание:*** | |
|  | Восьми разрядное двоичное число Х = (10001010)2, заданное в дополнительном коде в десятичной системе равняется |
| ***Ответ: d*** | |
|  | A) –10 B) +10 C) –117 D) –118 |
| **8.** | ***Задание:*** | |
|  | Восьми разрядное двоичное число Х = (00100111)2 заданное в обратном коде в десятичной системе равняется |
| ***Ответ: b*** | |
|  | A) –39 B) +39 C) –88 D) +88 |
| **9.** | ***Задание:*** | |
|  | Число Х = -6310 в прямом коде будет представлено как |
| ***Ответ: c*** | |
|  | A) 10111111 B) 00111111 C) 10011111 D) 00011111 |
| **10.** | ***Задание:*** | |
|  | Укажите дополнительный код десятичного числа  -103 (минус сто три) в 8 разрядном компьютерном представлении. |
| ***Ответ:*** | |
|  | 10011001 |

Реализация задач на языке программирования Python

|  |
| --- |
| При написании программ часто возникает ситуация, когда необходимо производить различные математические вычисления. Как и другие языки программирования, Python предоставляет разнообразные функции для выполнения вычислений. |

|  |
| --- |
| **1. Теоретический материал** |
| Для математических расчетов с использованием стандартных математических функцийтребуется импортировать соответствующую библиотеку**:**  importmath  После импорта к функциям библиотеки можно обращаться следующим образом:  math.имя\_функции(…)  В таблице представлен синтаксис и описание ключевых математических функций библиотеки **math**языка Python   |  |  | | --- | --- | | **Функция** | **Назначение** | | **ceil(x)** | Округляет число *x*до ближайшего большего целого (округление "вверх"). | | **floor(x)** | Округляет число *x* до ближайшего меньшего целого (округление "вниз"). | | **fabs(x)** | Принимает абсолютное значение (модуль) числа *x*. | | **exp(x)** | Принимает значение*ex*. | | **log(x[, b])** | Если у функции один аргумент *x*, то функция принимает значение натурального логарифма*x*. При передаче двух аргументов, второй выступает в качестве основания логарифма. | | **pow(x, y)** | Принимает значение *x* в степени *y*. | | **sqrt(x)** | Принимает значение квадратного корня из *x*. | | **acos(x)** | Принимает значение арккосинуса*x* в радианах. | | **asi(x)** | Принимает значение арксинуса*x* в радианх. | | **atan(x)** | Принимает значение арктангенса*x* в радианах. | | **cos(x)** | Принимает значение косинуса*x*, где *x*выражен в радианах. | | **sin(x)** | Принимает значение синуса*x*, где *x*выражен в радианах. | | **tan(x)** | Принимает значение тангенса*x*, где *x* выражен в радианах. | |

|  |  |
| --- | --- |
| **2. Пример** | |
| ***Задача:*** | |
|  | Для введенных чисел *x* и *y* найти значение функции  *f(x,y)* = 2*yx*+ ln|*x*+y3| |
| ***Решение (код программы):*** | |
|  | import math  x = float(input('Введите x '))  y = float(input('Введите y '))  f = 2 \* math.pow(y, x) + math.log(math.fabs(x + y \*\* 3))  print('f = ', f) |
| ***Задача:*** | |
|  | Для введенных чисел *x* и *y* найти значение функции |
| ***Решение (кодпрограммы):*** | |
|  | import math  x = float(input('Введите x '))  y = float(input('Введите y '))  if x \* y <= -1:  f = math.sin(x \* math.exp(y))  elif x \* y >= 5:  f = x \* x + math.tan(y)  else:  f = math.sqrt(math.fabs(math.cos(x \* y)))  print('f = ', f) |
| ***Задача:*** | |
|  | Вычислить значение функции f(x) = sin(x – e2) + 3x на отрезке [xn, xk] с шагом hx |

|  |  |
| --- | --- |
| ***Решение (кодпрограммы):*** | |
|  | import math  xn = float(input('Введитеxn '))  xk = float(input('Введитеxk '))  hx = float(input('Введитеhx '))  x = xn #устанавливаем x в начало отрезка в xn  whilex<= xk: #пока не дойдем до конца отрезка xk  f = math.sin(x + math.exp(2)) + math.pow(3, x)  print('x = ', x, ' f = ', f)  x = x + hx #прибавляем к аргументу шаг |
| ***Задача\*:*** | |
|  | Вычислить значения функции    При этом *x* изменяется в отрезке  с шагом ; *y* изменяется в отрезке  с шагом . |
| ***Решение (кодпрограммы):*** | |
|  | import math  ax, bx, hx = 0.0, 1.0, 0.2  ay, by, hy = 1.0, 2.0, 0.5  x = ax #устанавливаем x в начало отрезка в xn  whilex<= bx: #пока не дойдем до xk  y = ay #устанавливаем y в начало отрезка в yn  whiley<= by: #пока не дойдем до yk  if x + y <= 2:  f = math.pow(x + y, 1.0 / 5.0)  else:  f = math.pow(math.fabs(math.sin(x)), y)  print('x: = ', x, 'y = ', y, 'f = ', f) # выводим результат  # или print('x = {:.3}, y = {:.3}, f = {:.3}'.format(x,y,f))  # или print(f'x = {x:.3}, y = {y:.3}, f = {f:.3}')  y = y + hy #прибавляем к y шаг  x = x + hx #прибавляем к x шаг |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **3. Задания** | | |
| 1. | ***Задача:*** | |
|  | Для введенных чисел *x* и *y* найти значение функции |
| ***Решение (кодпрограммы):*** | |
|  | from math import ln, sin  def f(x, y):      return ln(abs(sin(x + y)))  print(f(int(input()), int(input()))) |
| 2. | ***Задача:*** | |
|  | Для введенных чисел *x* и *y* найти значение функции |
| ***Решение (код программы):*** | |
|  | from math import arctg, log, e, sin  def f(x, y):      if sin(x + y) <= -0.5: return arctg((abs(x - y)) \*\* (1/3) \* (x\*e\*\*y))      if -0.5 < sin(x + y) < 0.5: return 3 \* log(abs(x\*y), 3)      if sin(x + y) >= 0.5: return x \*\* 3 + y \*\* 1.5  print(f(int(input()), int(input()))) |
| 3. | ***Задача:*** | |
|  | Вычислить значение функции *f*(*x*) = cos3(e\**x*) + sin|x| на отрезке [a, b] с шагом *hx* |
| ***Решение (код программы):*** | |
|  | from math import e, cos, sin  def f(x):      return cos(e \* x) \*\* 3 + sin(abs(x))  a, b, hx = int(input()), int(input()), int(input())  for x in range(a, b + hx, hx):      print(f(x)) |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 4. | ***Задача:*** | |
|  | Вычислить значения функции    При этом *x* изменяется в отрезке  с шагом ; *y* изменяется в отрезке  с шагом . |
| ***Решение (код программы):*** | |
|  | from math import e, log2, sin  def f(x, y):      if x + y <= 2: return sin(x \* e \*\* (0.1 \* y)) \*\* (1/3)      if x + y > 2: return abs(log2(x + y))    for x in range(1, 2.5 + 0.5, 0.5):      for y in range(1, 4 + 1):          print(f(x, y)) |